UNIDAD 15.- Distribuciones discretas. Distribución binomial (PROBABILIDAD)

(tema 15 del libro)

1. EXPERIMENTOS ALEATORIOS. ESPACIO MUESTRAL. SUCESOS

Definición: Un fenómeno o experiencia se dice **aleatorio** cuando al repetirlo en condiciones análogas no se puede predecir el resultado.
Si por el contrario, se puede predecir el resultado de una experiencia aún antes de realizarla, se dice que el experimento es **determinista**.

- Son fenómenos aleatorios:
- Extracción de una carta de la baraja.
- Lanzamiento de un dado.
- Respuestas a una encuesta.

Definición: El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento se llama **espacio muestral**.

Ejemplo: El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar un dado es:

$$E = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Ejemplo: El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar una moneda al aire tres veces es:

$$E=\{(c,c,c),(c,c,x),(c,x,c),(x,c,c),(x,x,c),(x,c,x),(c,x,x),(x,x,x)\}$$

Definición: Cada elemento del espacio muestral E se llama **suceso** elemental.

Ejemplo: Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Se extraen sucesivamente tres bolas. Calcular:

1. El espacio muestral.

E = {(b, b, b); (b, b, n); (b, n, b); (n, b, b); (b, n, n); (n, b, n); (n, n, b); (n, n, n)}

2. El suceso A = {extraer tres bolas del mismo color}.

A = {(b, b, b); (n, n, n)}

3. El suceso B = {extraer al menos una bola blanca}.

B= {(b, b, b); (b, b, n); (b, n, b); (n, b, b); (b, n, n); (n, b, n); (n, n ,b)}

4. El suceso C = {extraer una sola bola negra}.

C = {(b, b, n); (b, n, b); (n, b, b)}

Tipos de sucesos:

- **Sucesos elementales,** son los formados por un solo resultado del espacio muestral.

- **Sucesos compuestos,** son los formados por varios sucesos elementales.

- **Suceso seguro, E,** está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).

Ejemplo:

Tirando un dado obtener una puntuación que sea menor que 7.

- **Suceso imposible, ∅ ,** es el que no tiene ningún elemento.

Ejemplo:

Tirando un dado obtener una puntuación igual a 7.

- **Unión de sucesos**. Dados dos sucesos A y B se llama unión de A y B, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B.

Ejemplo:

Se el experimento aleatorio de lanzar un dado. Consideramos el suceso A = {salir nº par} = {2, 4, 6} y el suceso B = {salir un 5}. El suceso $A \cup B$ = {2, 4, 5, 6}

- **Intersección de sucesos**. Dados dos sucesos A y B se llama intersección entre A y B y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo se realizan simultáneamente A y B

Ejemplo:

Se el experimento aleatorio de lanzar un dado. Consideramos el suceso A = {salir nº par} = {2, 4, 6} y el suceso B = {salir un múltiplo de 3} = {3, 6}. El suceso $A \cap B$ = {6}

- **Suceso contrario o complementario de A**. Se representa por $\overline{A}$ o por A^c, al suceso que se realiza cuando no se realiza A y recíprocamente.

  El suceso contrario de E es ∅ y recíprocamente.

Ejemplo:

Se el experimento aleatorio de lanzar un dado. Consideramos el suceso A = {salir nº par} = {2, 4, 6}. El suceso $A^c = \overline{A}$ = {salir nº impar} = {1, 3, 5}

- **Sucesos incompatibles**. Dados dos sucesos A y B se dicen incompatibles si es imposible que ocurran a la vez, es decir, $A \cap B$ =∅

Ejemplo:

Consideramos el suceso A = {salir nº par} = {2, 4, 6} y el suceso B = {salir un múltiplo de 5} = {5}. Los sucesos son incompatibles pues $A \cap B$ = ∅

- **Diferencia de sucesos**. La diferencia de dos sucesos, $A - B$, es el suceso formado por todos los elementos de A que no son de B. Es decir, la diferencia de los sucesos A y B se verifica cuando lo hace A y no B. Por tanto, $A - B = A \cap B^c$

  A − B se lee como **"**A menos B**"**.

Ejemplo: Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Entonces $A - B = A \cap B^c$ = {2, 4}

2. PROBABILIDAD. PROPIEDADES

La probabilidad mide la mayor o menor posibilidad de que se dé un determinado resultado (suceso) cuando se realiza un experimento aleatorio.
La probabilidad toma valores entre 0 y 1 (o expresados en tanto por ciento, entre 0% y 100%)

Definición: La probabilidad de un suceso A es el límite al que tiende la frecuencia relativa de A cuando el nº de experiencias es muy grande, es decir, tiende a ∞

Propiedades

- La probabilidad del suceso seguro, E, es 1: $P(E)=1$
- Se cumple que para cualquier suceso $1 \geq P(A) \geq 0$
- La probabilidad de la unión de dos sucesos, *A y B*, que sean incompatibles ($A \cap B$ = ∅) es:
  $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
- La probabilidad del suceso imposible es 0: $P(\varnothing) = 0$
- La probabilidad el suceso contrario o complementario es: $P(A^c) = 1 - P(A)$
- La probabilidad de la unión de dos sucesos, *A y B*, es:
  $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
- Si A y B son sucesos tales que $A \subset B$ entonces P(A) ≤ P(B)

3. REGLA DE LAPLACE

Un caso particular y simple de probabilidad en un espacio muestral finito es aquel en el que se puede suponer que cada suceso elemental tiene la misma probabilidad de ocurrir. Cuando esto ocurre se dice que los sucesos elementales son **equiprobables**.

En este caso, y sólo en este caso, podemos aplicar la llamada regla de Laplace para hallar la probabilidad de un suceso:
"Sea un suceso A compuesto por sucesos elementales del espacio muestral E, entonces la probabilidad de A viene dada por:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } E} = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplo: Si se lanza un dado perfecto, la perfección del dado nos induce a suponer que la probabilidad de cada suceso elementales la misma. Como además la suma de estas probabilidades ha de ser 1, se asigna a cada suceso elemental 1/6 de probabilidad.
En este caso, la probabilidad del suceso A:" Obtener número par" es: $P(A) = P(\{2,4,6\}) = 3/6 = 0{,}5$
Estas probabilidades que, como en este ejemplo, se asignan a los sucesos por consideraciones teóricas, se llaman probabilidades a priori, y siempre que no exista alguna razón para pensar que un suceso elemental puede aparecer más veces que otro, admitiremos que todos ellos tienen la misma probabilidad.

Ejemplo: En una baraja de 40 cartas, hallar la P (as) y P (copas).
Casos posibles: 40
Casos favorables de ases: 4 → $P(as) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0{'}1$
Casos favorables de copas: 10 → $P(copas) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0{'}25$

4. PROBABILIDAD CONDICIONADA. SUCESOS DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

Las probabilidades condicionadas se calculan una vez que se ha incorporado información adicional a la situación de partida:
Ejemplo: Se tira un dado y sabemos que la probabilidad de que salga un 2 es 1/6 (probabilidad a priori). Si incorporamos nueva información (por ejemplo, alguien nos dice que el resultado ha sido un número par) entonces la probabilidad de que el resultado sea el 2 ya no es 1/6. En este caso la probabilidad es 1/3

Definición: Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral E. Se llama **probabilidad** del suceso B **condicionado** a A y se representa por $P(B/A)$ a la **probabilidad del suceso B una vez ha ocurrido el A**.
Las probabilidades condicionadas se calculan aplicando la siguiente fórmula:

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

Donde:

- $P(B/A)$ es la probabilidad de que se dé el suceso B condicionada a que se haya dado el suceso A.
- $P(B\cap A)$ es la probabilidad del suceso simultáneo o intersección de A y de B
- $P(A)$ es la probabilidad a priori del suceso A

En el ejemplo que hemos visto:
$P(B/A)$ es la probabilidad de que salga el número 2 (suceso B) condicionada a que haya salido un número par (suceso A).
$P(B\cap A)$ es la probabilidad de que salga el dos y número par.
$P(A)$ es la probabilidad a priori de que salga un número par.
Por lo tanto:

$$P(B\cap A)=\frac{1}{6} \qquad P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Así, $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}\dfrac{1/6}{1/2}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

Luego, la probabilidad de que salga el número 2, si ya sabemos que ha salido un número par, es de 1/3 (mayor que su probabilidad a priori de 1/6)

Ejemplo: En un estudio sanitario se ha llegado a la conclusión de que la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios (suceso B) es el 0,10 (probabilidad a priori).
Además, la probabilidad de que una persona sufra problemas de obesidad (suceso A) es el 0,25 y la probabilidad de que una persona sufra a la vez problemas de obesidad y coronarios (suceso intersección de A y B) es del 0,05.
Calcular la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios si está obesa (probabilidad condicionada P(B/A)).
$P(B\cap A)=0{,}05$
$P(A)=0{,}25$
$P(B/A)=0{,}05/0{,}25=0{,}20$

Consecuencia: De la fórmula $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}$ podemos despejar la probabilidad de la intersección y tenemos $P(B\cap A)=P(A)\cdot P(B/A)$, que se suele usar muy a menudo y que se conoce como probabilidad compuesta o del producto.

Ejemplo: Estudiamos el suceso A (porcentaje de varones mayores de 40 años casados) y el suceso B (varones mayores de 40 años con más de 2 hijos) y obtenemos la siguiente información:
Un 35% de los varones mayores de 40 años están casados.
De los varones mayores de 40 años y casados, un 30% tienen más de 2 hijos (suceso B condicionado al suceso A).
Calcular la probabilidad de que un varón mayor de 40 años esté casado y tenga más de 2 hijos (suceso intersección de A y B).
Por lo tanto:

$$P(A) = 0{,}35$$

$$P(B/A) = 0{,}30$$

$$P(A \cap B) = 0{,}35 * 0{,}30 = 0{,}105$$

Es decir, un 10,5% de los varones mayores de 40 años están casados y tienen más de 2 hijos.

Ejemplo: Estudiamos el suceso A (alumnos que hablan inglés) y el suceso B (alumnos que hablan alemán) y obtenemos la siguiente información:
Un 50% de los alumnos hablan inglés.
De los alumnos que hablan inglés, un 20% hablan también alemán (suceso B condicionado al suceso A).
Calcular la probabilidad de que un alumno hable inglés y alemán (suceso intersección de A y B).
Por lo tanto:

$$P(A) = 0{,}50$$

$$P(B/A) = 0{,}20$$

$$P(A \cap B) = 0{,}50 * 0{,}20 = 0{,}10$$

Es decir, un 10% de los alumnos hablan inglés y alemán.

Definición: Dos sucesos A y B son **independientes** si la ocurrencia de uno de ellos no modifica la probabilidad del otro, es decir, $P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A)$ o lo que es lo mismo $P(B/A) = P(A)$

Definición: Dos sucesos A y B son **dependientes** si la ocurrencia de uno de ellos modifica la probabilidad del otro, es decir, $P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B/A) \neq P(A) \cdot P(B)$

5. TABLAS DE CONTINGENCIA

Un método útil para clasificar los datos obtenidos en un recuento es mediante las **tablas de contingencia**.
Se trata de tablas en cuyas celdas figuran probabilidades, y en la cual podemos determinar unas probabilidades conociendo otras de la tabla.
La tabla de contingencia es una tabla de doble entrada, donde en cada casilla figurará el número de casos o individuos que poseen un nivel de uno de los factores o características analizadas y otro nivel del otro factor analizado.
Ejemplo: Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:
a) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?
b) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

Construimos la tabla de contingencia con los datos aportados como sigue:

	Mujeres	Hombre	Totales
Casados	45		80
Solteros			
Totales	65		120

Ahora rellenamos convenientemente las celdas que faltan:

	Mujeres	Hombre	Totales
Casados	45	35	80
Solteros	20	20	40
Totales	65	55	120

a) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?

$$P(\text{hombre y soltero}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

b) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

$$P(mujer / casada) = \frac{45}{80} = \frac{9}{16} = 0,5625$$

También se puede hacer aplicando la fórmula de la probabilidad condicionada

$$P(mujer / casada) = \frac{P(\text{mujer} \cap \text{casado})}{P(\text{casado})} = \frac{45/120}{80/120} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16} = 0,5625$$

Ejemplo: En una ciudad el 40% de los domicilios tiene conexión a Internet, el 33% tiene conexión de tV por cable y el 20% disfruta de ambos servicios.

a) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un hogar nos encontremos con al menos alguno de estos dos servicios.
b) Se ha elegido un hogar en el que hay conexión a Internet. Probabilidad de que no esté equipado con TV por cable.

Construimos la tabla de contingencia con los datos aportados como sigue:

	Internet (I)	No Internet (No I)	TOTAL (C/No C)
Cable TV (C)	**20**		**33**
No cable TV (No C)			**67**
TOTAL (I/No I)	**40**	**60**	**100**

No resulta difícil deducir los demás datos de la tabla a partir de los que se tienen considerando los totales por filas y columnas.

	Internet (I)	No Internet (No I)	TOTAL (C/No C)
Cable TV (C)	**20**	13	**33**
No cable TV (No C)	20	47	**67**
TOTAL (I/No I)	**40**	**60**	**100**

a) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un hogar nos encontremos con al menos alguno de estos dos servicios.

Método 1:

Nos piden $P(I \cup C)$

Se hace uso de la regla de Laplace puesto que cualquier hogar tiene las mismas opciones de ser elegido en un proceso aleatorio.

Casos posibles: 100 (datos dados en porcentajes)

Casos favorables: 20 (Tienen Internet y cable)+13 (tienen solo cable)+20(tienen sólo Internet) =53

Probabilidad: $P(I \cup C)$ = 53/100.

<u>Método 2</u>:
Se hace uso del suceso complementario (no tener ninguno de los dos servicios) y de la Regla de Laplace.

Casos posibles: 100 (datos en porcentajes)
Casos favorables: 47 (no tienen ninguno de los dos servicios)
Probabilidad del complementario: $P(noI \cap noC)$ = 47/100.

La probabilidad solicitada es igual a 1 menos la probabilidad obtenida (Probabilidad del suceso complementario): $P(I \cup C)$ = 1 - $P(noI \cap noC)$ = 1 - 47/100 = 53/100

<u>Método 3</u>:
Se hace uso del suceso unión y de la Regla de Laplace.

$$P(I \cup C) = P(I) + P(C) - P(I \cap C) = \frac{40}{100} + \frac{33}{100} - \frac{20}{100} = \frac{53}{100}$$

b) Se ha elegido un hogar en el que hay conexión a Internet. Probabilidad de que no esté equipado con TV por cable.

Se trata de probabilidad condicionada, en este caso $P(C/I)$, que mirando la tabla se hace fácilmente:

$$P(C/I) = \frac{20}{40} = 0.5$$

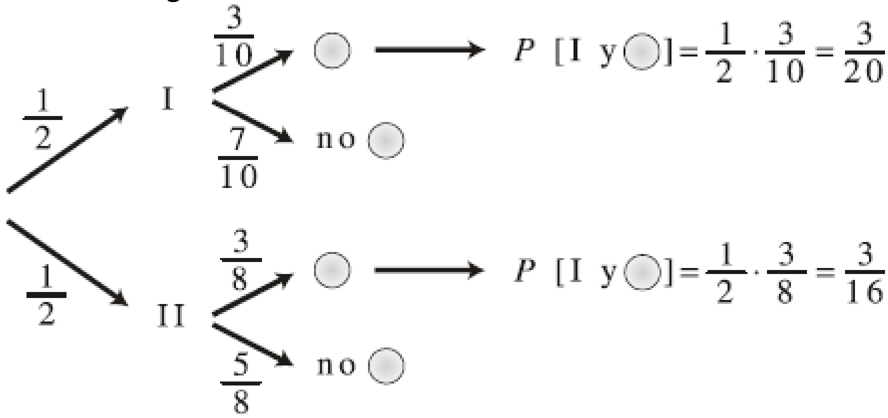
6. DIAGRAMAS DE ÁRBOL

Para la construcción de un **diagrama en árbol** se partirá poniendo una rama para cada una de las posibilidades, acompañada de su probabilidad.
En el final de cada rama parcial se constituye a su vez, un nudo del cual parten nuevas ramas, según las posibilidades del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (nudo final).
Hay que tener en cuenta: que la suma de probabilidades de las ramas de cada nudo ha de dar 1

<u>Ejemplo</u>: Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
b) Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

Hacemos un diagrama en árbol:



a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?

$$P(Blanca) = \frac{3}{20} + \frac{3}{16} = \frac{27}{80}$$

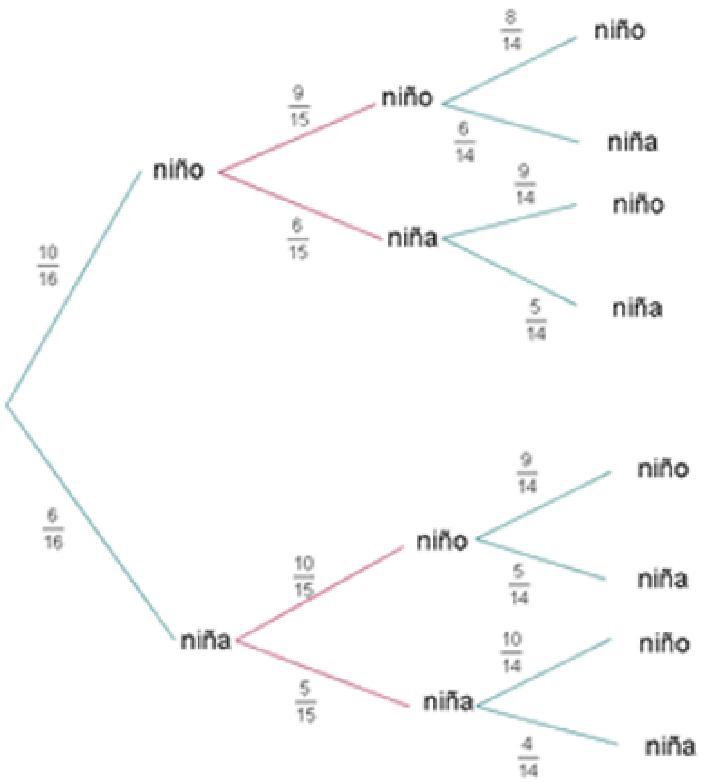
b) Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

$$P(\text{Urna I / Blanca}) = \frac{P(\text{Urna I} \cap \text{Blanca})}{P(\text{Blanca})} = \frac{3/20}{27/80} = \frac{4}{9}$$

Ejemplo: Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

a) Seleccionar tres niños.
b) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
c) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.

Construimos un diagrama de árbol:



Mirando el diagrama tenemos:

a) Seleccionar tres niños.

$$p(3 \text{ niños}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = 0.214$$

b) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.

$$p(2 \text{ niños y } 1 \text{ niña}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = 0.482$$

c) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.

$$p(2 \text{ niñas y } 1 \text{ niño}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = 0.268$$

7. PROBABILIDAD TOTAL

En ocasiones el espacio muestral E se puede dividir en varios sucesos $B_1, B_2, B_3, ..., B_n$ que son **incompatibles entre sí**, de modo que siempre que se realice el experimento saldrá uno de ellos. Esto significa que $B_i \cap B_j$ para cualquier $i \neq j$ y además $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup ... \cup B_n = E$. Esto se llama un **sistema completo de sucesos**.
En esta situación, la probabilidad de un suceso cualquiera A puede calcularse empleando la fórmula o teorema de la probabilidad total, que nos dice que:

$$P(A) = P(A/B_1)\cdot P(B_1) + P(A/B_2)\cdot P(B_2) + P(A/B_3)\cdot P(B_3) + ... + P(A/B_n)\cdot P(B_n)$$

O de manera reducida

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(A/B_k)\cdot P(B_k)$$

Ejemplo: En una economía hay 4 sectores productivos B_1, B_2, B_3 y B_4.

Sea el suceso S "estar en paro". La probabilidad de que una persona esté en paro en cada uno de los sectores será:

$$P(S|B_1) = 0{,}05 \quad P(S|B_2) = 0{,}01 \quad P(S|B_3) = 0{,}02 \quad P(S|B_4) = 0{,}1$$

De los trabajadores de esa economía la mitad pertenecen a B1 y el resto se reparten por igual entre los otros tres, es decir:

$$P(B_1) = 0{,}5 \quad P(B_2) = 0{,}16 \quad P(B_3) = 0{,}16 \quad P(B_4) = 0{,}16$$

a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar esté en paro

La probabilidad de estar en paro de una persona escogida al azar será, aplicando el teorema de probabilidad total:

$$P(S) = \sum_{i=1}^{4} P(S|B_i)P(B_i) =$$

$$= 0{,}05 \times 0{,}5 + 0{,}01 \times 0{,}16 + 0{,}02 \times 0{,}16 + 0{,}1 \times 0{,}16 = 0{,}458$$

Ejemplo: Van a cambiar a tu jefe y se barajan diversos candidatos:

a) Carlos, con una probabilidad del 60%
b) Juan, con una probabilidad del 30%
c) Luis, con una probabilidad del 10%

En función de quien sea tu próximo jefe, la probabilidad de que te suban el sueldo es la siguiente:

a) Si sale Carlos: la probabilidad de que te suban el sueldo es del 5%.
b) Si sale Juan: la probabilidad de que te suban el sueldo es del 20%.
c) Si sale Luis: la probabilidad de que te suban el sueldo es del 60%.

En definitiva, ¿cuál es la probabilidad de que te suban el sueldo?

Tenemos que los sucesos:
C = {sale Carlos}, J = {sale Juan}, L = {sale Luis} cumple que la unión de ellos es el espacio muestral completo, E, y además son incompatibles entre sí, su intersección es vacía.
Consideramos el suceso S = {me suben el sueldo}. Tenemos aplicando probabilidad total que:
P (S) = P(S/C)·P(C) + P(S/J)·P(J) + P(S/L)·P(L) = (0,05 · 0,60) + (0,20 · 0,30) + (0,60 · 0,10) = 0,15
Por tanto, la probabilidad de que te suban el sueldo es del 15%. Pinta mal la cosa

8. TEOREMA DE BAYES

Consideremos como en la probabilidad total un sistema completo de sucesos $B_1, B_2, B_3, ..., B_n$ que son **incompatibles entre sí**, de modo que siempre que se realice el experimento saldrá uno de ellos. Esto significa que $B_i \cap B_j$ para cualquier $i \neq j$ y además $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup ... \cup B_n = E$.

Entonces el **teorema de Bayes** nos dice que dado un suceso cualquiera A:

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A / B_i)}{P(A/B_1) \cdot P(B_1) + P(A/B_2) \cdot P(B_2) + ... + P(A/B_n) \cdot P(B_n)}$$

Ejemplo: En una economía hay 4 sectores productivos B_1, B_2, B_3 y B_4.

Sea el suceso S "estar en paro". La probabilidad de que una persona esté en paro en cada uno de los sectores será:

$$P(S|B_1) = 0{,}05 \quad P(S|B_2) = 0{,}01 \quad P(S|B_3) = 0{,}02 \quad P(S|B_4) = 0{,}1$$

De los trabajadores de esa economía la mitad pertenecen a B1 y el resto se reparten por igual entre los otros tres, es decir:

$$P(B_1) = 0{,}5 \quad P(B_2) = 0{,}16 \quad P(B_3) = 0{,}16 \quad P(B_4) = 0{,}16$$

¿Cuál es la probabilidad de que una persona que esté en paro pertenezca al sector 1, es decir, $P(B_1|S)$?

La solución la obtenemos aplicando el teorema de Bayes

$$P(B_1|S) = \frac{0{,}05 \times 0{,}5}{0{,}05 \times 0{,}5 + 0{,}01 \times 0{,}16 + 0{,}02 \times 0{,}16 + 0{,}1 \times 0{,}16} = 0{,}54$$

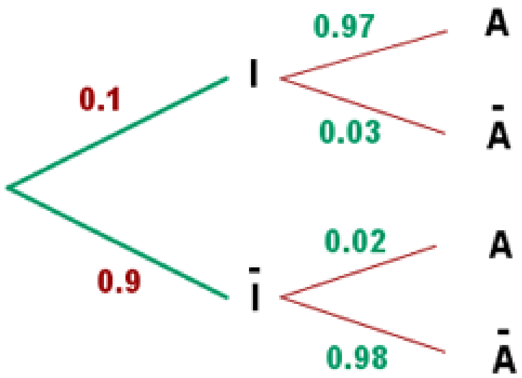
Ejemplo: La probabilidad de que haya un accidente en una fábrica que dispone de alarma es 0.1. La probabilidad de que suene esta sí se ha producido algún incidente es de 0.97 y la probabilidad de que suene si no ha sucedido ningún incidente es 0.02.

En el supuesto de que haya funcionado la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no haya habido ningún incidente?

Sean los sucesos:

I = Producirse incidente A = Sonar la alarma.

Usamos el diagrama de árbol



Aplicando Bayes con el sistema completo de sucesos formado por I e $\bar{I}$ nos piden:

$$P(\bar{I} / A) = \frac{P(\bar{I}) \cdot P(A / \bar{I})}{P(I) \cdot P(A / I) + P(\bar{I}) \cdot P(A / \bar{I})} = \frac{0.9 \cdot 0{,}02}{0{,}1 \cdot 0.97 + 0.9 \cdot 0{,}02} = 0{,}157$$