HOJA DE EJERCICIOS MACS II 2°BACHILLERATO
UNIDAD 6: PROGRAMACIÓN LINEAL

Ejercicio 1:

Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos?

Ejercicio 2:

Un fabricante de tapices dispone de 500 kg de hilo de seda, 400 kg de hilo de plata y 225 kg de hilo de oro. Desea fabricar dos tipos de tapices: A y B. Para los del tipo A se necesita 1 kg de hilo de seda y 2 kg de hilo de plata, y para los del tipo B, 2 kg de hilo de seda, 1 kg de hilo de plata y 1 kg de hilo de oro. Cada tapiz del tipo A se vende a 2000 euros y cada tapiz del tipo B a 3000 euros. Si se vende todo lo que se fabrica,

a) ¿cuántos tapices de cada tipo ha de fabricar para que el beneficio sea máximo y cuál es ese beneficio?

b) ¿Qué cantidad de hilo de cada clase quedará cuando se fabrique el número de tapices que proporciona el máximo beneficio?

Ejercicio 3:

Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones:

$$5x-4y\leq 20; \quad x+8y\leq 48; \quad x\geq 2; \quad y\geq 0.$$

a) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.

b) Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)=2x+12y$ en este recinto e indique dónde se alcanzan.

c) Razone si existen valores (x, y) pertenecientes al recinto para los que $F(x,y)=100$.

Ejercicio 4

Se desea maximizar la función $F(x,y)=14x+8y$ en el recinto dado por:

$$y+3x\geq 9; \quad y\leq -\frac{4}{7}x+14; \quad 5x-2y\leq 15; \quad x\geq 0.$$

a) Represente la región factible del problema.

b) ¿Cuál es el valor máximo de F y la solución óptima del problema?

c) Obtenga un punto de la región factible que no sea el óptimo.

Ejercicio 5:

Sea R la región factible definida por las siguientes inecuaciones $x\geq 3y, \quad x\leq 5, \quad y\geq 1$.

a) Razone si el punto (4.5, 1.55) pertenece a R.

b) Dada la función objetivo $F(x,y)=2x-3y$, calcule sus valores extremos en R.

c) Razone si hay algún punto de R donde la función F valga 3.5. ¿Y 7.5?

Ejercicio 6:

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$3x+4y\geq 28; \quad 5x+2y\leq 42; \quad x-y\geq 0.$$

a) Razone si el punto de coordenadas (7, 3) pertenece al recinto.

b) Represente dicho recinto y halle sus vértices.

c) Calcule el valor máximo de la función $F(x,y)=3x-2y+6$ en el recinto, indicando el punto o puntos donde se alcanza ese máximo.

Ejercicio 7:

a) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones $7x-y\geq -10;\ \ x+y\leq 2;\ \ 3x-5y\leq 14$ y determine sus vértices.

b) Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)=2x+3y$ en dicha región.

Ejercicio 8:

Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros.

Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo.

Ejercicio 9:

Un comerciante dispone de 1200 euros para comprar dos tipos de manzanas A y B. Las del tipo A las compra a 0.60 euros/kg y las vende a 0.90 euros/kg, mientras que las del tipo B las compra a 1 euro/kg y las vende a 1.35 euros/kg.

Sabiendo que su vehículo a lo sumo puede transportar 1500 kg de manzanas, ¿cuántos kilogramos de cada tipo deberá adquirir para que el beneficio que obtenga sea máximo? ¿Cuál sería ese beneficio?

Ejercicio10:

En una carpintería se construyen dos tipos de estanterías: grandes y pequeñas, y se tienen para ello $60\,m^2$ de tableros de madera. Las grandes necesitan $4\,m^2$ de tablero y las pequeñas $3\,m^2$. El carpintero debe hacer como mínimo 3 estanterías grandes, y el número de pequeñas que haga debe ser, al menos, el doble del número de las grandes. Si la ganancia por cada estantería grande es de 60 euros y por cada una de las pequeñas es de 40 euros, ¿cuántas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

Ejercicio11:

Una empresa elabora dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en una máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de B necesita 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Semanalmente se dispone de 100 horas en la primera máquina y de 110 horas en la segunda.

Si la empresa obtiene un beneficio de 70 euros por cada unidad de A, y de 50 euros por cada unidad de B, ¿qué cantidad semanal de cada producto debe producir con objeto de maximizar el beneficio total? ¿Cuál es ese beneficio?

Ejercicio12:

a) Dibuje el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones y determine sus vértices:

$$y \geq 200 - 2x, \quad x - 100 \leq 3y, \quad x + 2y \leq 600, \quad x \geq 0.$$

b) Sabiendo que A(0, 2), B(1, 4), C(3, 4), D(4, 2) y E(2, 1) son los vértices de una región factible, determine en ella el mínimo y el máximo de la función $F(x, y) = 10x + 5y + 21$, e indique los puntos donde se alcanzan.

Ejercicio13:

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 20, \quad 3x + 5y \leq 70, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

a) Razone si el punto de coordenadas (4.1, 11.7) pertenece al recinto.

b) Represente dicho recinto y calcule sus vértices.

c) ¿Dónde alcanzará la función $F(x, y) = 0.6x + y$ sus valores extremos y cuáles serán éstos?

Ejercicio14:

Se considera el recinto R del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \geq 2, \quad x + 3y \leq 15, \quad 3x - y \leq 15, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

a) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.

b) Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 3x + y$ en dicho recinto.

c) Razone si existen puntos (x, y) del recinto, para los que $F(x, y) = 30$.

Ejercicio15:

En un examen de Matemáticas se propone el siguiente problema:
"Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ en la región determinada por las restricciones $2x + y \geq 6;\ 2x + 5y \leq 30;\ 2x - y \leq 6.$"

a) Resuelva el problema.

b) Ana responde que se alcanza en (1, 4) y Benito que lo hace en (3, 0). ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en (1, 4)? ¿Es cierto que se alcanza en (3, 0)?

Ejercicio16:

a) Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 2, \quad x - y \leq 0, \quad y \leq 4, \quad x \geq 0.$$

b) Determine el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = x + y$ en el recinto anterior y los puntos donde se alcanzan.

c) ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior? Justifique la respuesta.

Ejercicio17:

Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. a hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste total la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. de cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

Ejercicio18:

Sea la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\geq 1;\quad -x+2y\geq 0;\quad y\leq 2.$$

a) Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

Ejercicio19:

Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros.

Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio.