

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** En un comercio de bricolaje se venden listones de madera de tres longitudes: 0.90 m, 1.50 m y 2.40 m, cuyos precios respectivos son 4 euros, 6 euros y 10 euros. Un cliente ha comprado 19 listones, con una longitud total de 30 m, que le han costado 126 euros en total.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar cuántos listones de cada longitud ha comprado este cliente.

b) **(1.5 puntos)** Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo, si es posible:

$$\left. \begin{array}{rcll} 3x & - & y & - z & = & 0 \\ 2x & - & 2y & + z & = & 18 \\ x & & & - 3z & = & 0 \end{array} \right\}.$$

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Halle las funciones derivadas de las funciones definidas por las siguientes expresiones:

$$f(x) = (2x^2 - 3)^3; \quad g(x) = \frac{\ln(x)}{x}; \quad h(x) = x \cdot e^{3x}.$$

b) **(1.5 puntos)** Determine el dominio y las asíntotas de la función $m(x) = \frac{2x+3}{x-4}$.

EJERCICIO 3

Parte I

Lena y Adrián son aficionados al tiro con arco. Lena da en el blanco con probabilidad $\frac{7}{11}$ y Adrián con probabilidad $\frac{9}{13}$. Si ambos sucesos son independientes, calcule la

probabilidad de los siguientes sucesos:

- (0.6 puntos)** “Ambos dan en el blanco”.
- (0.6 puntos)** “Sólo Lena da en el blanco”.
- (0.8 puntos)** “Al menos uno da en el blanco”.

Parte II

En una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido, para la edad, una media de 17.5 años. Se sabe que la edad en la población, de la que procede esa muestra, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 0.8 años.

- (1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 94%, para la edad media de la población.
- (0.5 puntos)** ¿Qué error máximo se comete en la estimación anterior?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

En un examen de Matemáticas se propone el siguiente problema:

“Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ en la región determinada por las restricciones $2x + y \geq 6$; $2x + 5y \leq 30$; $2x - y \leq 6$.”

- a) **(2.5 puntos)** Resuelva el problema.
- b) **(0.5 puntos)** Ana responde que se alcanza en (1, 4) y Benito que lo hace en (3, 0). ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en (1, 4)? ¿Es cierto que se alcanza en (3, 0)?

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

Estudie su continuidad y su derivabilidad.

- b) **(1.5 puntos)** Se consideran las funciones: $g(x) = (2x + 1)^3$, $h(x) = \frac{x-1}{2^x}$.

Halle sus funciones derivadas.

EJERCICIO 3

Parte I

Una encuesta realizada por un banco muestra que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y el 20% tiene un préstamo de cada tipo. Se elige, al azar, un cliente de ese banco.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos préstamos.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que tenga un préstamo hipotecario, sabiendo que no tiene un préstamo personal.

Parte II

El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley Normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos.

- a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113?
- b) **(0.5 puntos)** Razone cómo se vería afectada la respuesta a la pregunta anterior si el tamaño de la muestra aumentase.

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(2.5 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x + 3y \leq 12; \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{5} \geq 1; \quad y \geq 1; \quad x \geq 0.$$

b) **(0.5 puntos)** Calcule los valores extremos de la función $F(x, y) = 5x + 15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

EJERCICIO 2

La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

- a) **(1.5 puntos)** Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de x en los que dicha función alcanza sus extremos locales.
- b) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f .
- c) **(0.75 puntos)** Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2, 5)$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.

EJERCICIO 3

Parte I

Una enfermedad afecta al 10% de la población. Una prueba de diagnóstico tiene las siguientes características: si se aplica a una persona con la enfermedad, da positivo en el 98% de los casos; si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad, da positivo en el 6% de los casos. Se elige una persona, al azar, y se le aplica la prueba.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?
- b) **(1 punto)** Si no da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

Parte II

Se desea estimar la proporción de fumadores de una población mediante una muestra aleatoria.

- a) **(1 punto)** Si la proporción de fumadores en la muestra es 0.2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 95%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
- b) **(1 punto)** Si en otra muestra de tamaño 280 el porcentaje de fumadores es del 25%, determine, para un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de fumadores de esa población.

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1 punto) Calcule A^2 y $2B + I_2$.
- (2 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - I_2 = 2B^2$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$.

- (1.5 puntos) Determine el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función f tiene un máximo en $x = 1$ y que $f(1) = 2$.
- (1.5 puntos) Para $a = b = 1$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

Parte I

En una editorial hay dos máquinas A y B que encuadernan 100 y 900 libros al día, respectivamente. Además, se sabe que la probabilidad de que un libro encuadernado por A tenga algún fallo de encuadernación es del 2%, y del 10% si ha sido encuadernado por la máquina B. Se elige, al azar, un libro encuadernado por esa editorial.

- (1 punto) Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
- (1 punto) Si es defectuoso, halle la probabilidad de haber sido encuadernado por la máquina A.

Parte II

El tiempo que se tarda en la caja de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 0.5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5.2 minutos.

- (1 punto) Calcule un intervalo de confianza, al nivel del 97%, para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
- (1 punto) Indique el tamaño muestral mínimo necesario para estimar dicho tiempo medio con un error máximo de 0.5 y un nivel de confianza del 96%.

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la igualdad $A \cdot X + B = A$, donde A , X y B son matrices cuadradas de la misma dimensión.

- (1 punto) Despeje la matriz X en la igualdad anterior, sabiendo que A tiene inversa.
- (2 puntos) Obtenga la matriz X en la igualdad anterior, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

- (2 puntos) Analice la continuidad y la derivabilidad de la función en su dominio.
- (0.5 puntos) Determine la asíntota horizontal, si la tiene.
- (0.5 puntos) Determine la asíntota vertical, si la tiene.

EJERCICIO 3

Parte I

Un turista que realiza un crucero tiene un 50% de probabilidad de visitar Cádiz, un 40% de visitar Sevilla y un 30% de visitar ambas ciudades. Calcule la probabilidad de que:

- (0.5 puntos) Visite al menos una de las dos ciudades.
- (0.5 puntos) Visite únicamente una de las dos ciudades.
- (0.5 puntos) Visite Cádiz pero no visite Sevilla.
- (0.5 puntos) Visite Sevilla, sabiendo que ha visitado Cádiz.

Parte II

El tiempo (en horas) que permanecen los coches en un determinado taller de reparación es una variable aleatoria con distribución Normal de desviación típica 4 horas.

- (1 punto) Se eligieron, al azar, 16 coches del taller y se comprobó que, entre todos, estuvieron 136 horas en reparación. Determine un intervalo de confianza, al 98.5%, para la media del tiempo que permanecen los coches en ese taller.
- (1 punto) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra que permita estimar la media del tiempo que permanecen en reparación los coches en ese taller con un error en la estimación no superior a una hora y media y con el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 2, \quad x - y \leq 0, \quad y \leq 4, \quad x \geq 0.$$

b) **(1 punto)** Determine el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = x + y$ en el recinto anterior y los puntos donde se alcanzan.

c) **(0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 2

Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25, \quad 0 \leq t \leq 25 \quad (t = \text{años transcurridos desde el año 2000}).$$

a) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?

b) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?

c) **(1 punto)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $C(t)$ en $t = 8$. Interprete el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.

EJERCICIO 3

Parte I

En un centro escolar, los alumnos de 2º de Bachillerato pueden cursar, como asignaturas optativas, Estadística o Diseño Asistido por Ordenador (DAO). El 70% de los alumnos estudia Estadística y el resto DAO. Además, el 60% de los alumnos que estudia Estadística son mujeres y, de los alumnos que estudian DAO son hombres el 70%.

a) **(1 punto)** Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

b) **(1 punto)** Sabiendo que se ha seleccionado una mujer, ¿cuál es la probabilidad de que estudie Estadística?

Parte II

En un estudio de mercado del automóvil en una ciudad se ha tomado una muestra aleatoria de 300 turismos, y se ha encontrado que 75 de ellos tienen motor diésel. Para un nivel de confianza del 94%:

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza de la proporción de turismos que tienen motor diésel en esa ciudad.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo de la estimación de la proporción?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(2 puntos)** Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por

$$\begin{pmatrix} 3 & 1-2x & 0 \\ 2 & x+1 & 2 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- b) **(1 punto)** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, calcule la matriz $M = A^t \cdot A^{-1}$.

EJERCICIO 2

Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo (kg) de fresas depende del precio de venta de acuerdo con la función

$$B(x) = -x^2 + 4x - 3$$

siendo $B(x)$ el beneficio por kg y x el precio de cada kg, ambos expresados en euros.

- (1.25 puntos)** ¿Entre qué precios se producen beneficios para el almacenista?
- (1.25 puntos)** ¿Qué precio maximiza los beneficios?
- (0.5 puntos)** Si tiene en el almacén 10000 kg de fresas, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

EJERCICIO 3

Parte I

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A^C) = 0.2, \quad P(B) = 0.25 \quad \text{y} \quad P(A \cup B) = 0.85.$$

- (1.25 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes?
- (0.75 puntos)** Calcule $P(A^C / B^C)$.

Parte II

(2 puntos) Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante muestreo aleatorio simple (con reemplazamiento), se pueden extraer del conjunto $\{8,10,12\}$ y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. a hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste total la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. de cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f .
- b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 3$.

EJERCICIO 3

Parte I

Un polideportivo dispone de 100 bolas de pádel y 120 bolas de tenis. Se sabe que 65 bolas son nuevas. Además, 75 bolas de pádel son usadas. Por un error, todas las bolas se han mezclado.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola de tenis, ésta sea usada.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola, sea nueva.

Parte II

- a) **(1 punto)** En una población, una variable aleatoria X sigue una distribución Normal de media 50 y desviación típica 9. Se elige, al azar, una muestra de tamaño 64 de esa población. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 48 y 52?
- b) **(1 punto)** En una empresa de gas trabajan 150 personas en mantenimiento, 450 en operaciones, 200 en servicios y 100 en cargos directivos. Con objeto de realizar una encuesta laboral, se quiere seleccionar una muestra de 180 trabajadores de esa empresa por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de trabajadores se debe elegir de cada grupo?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Obtenga los valores máximo y mínimo, indicando los puntos donde se alcanzan, de la función objetivo $F(x, y) = x - y$ en la región definida por las restricciones $6x + y \geq 3$; $2x + y \leq 2$; $y \leq \frac{5}{4}$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 1$.

- (1 punto)** Calcule los puntos de corte de la gráfica con los ejes, su monotonía y extremos relativos, si los tuviese.
- (1 punto)** Determine su curvatura y punto de inflexión.
- (1 punto)** Halle los puntos de la gráfica en los que la recta tangente tiene de pendiente 3.

EJERCICIO 3

Parte I

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.65$.

Conteste razonadamente las siguientes preguntas:

- (0.5 puntos)** ¿Son incompatibles A y B ?
- (0.5 puntos)** ¿Son independientes A y B ?
- (1 punto)** Calcule $P(A/B^c)$.

Parte II

Una variable aleatoria X se distribuye de forma Normal, con media μ y desviación típica $\sigma = 0.9$.

- (1 punto)** Una muestra aleatoria de tamaño 9 ha proporcionado los siguientes valores de X :

7.0, 6.4, 8.0, 7.1, 7.3, 7.4, 5.6, 8.8, 7.2.

Obtenga un intervalo de confianza para la media μ , con un nivel de confianza del 97%.

- (1 punto)** Con otra muestra, se ha obtenido que un intervalo de confianza para μ , al 95%, es el siguiente (6.906, 7.494). ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizada?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C. El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Esas latas de tomate se venden a 1, 1.8 y 3.3 euros, respectivamente. Compramos en total 20 latas, que pesan un total de 10 kg y nos cuestan 35.6 euros. Queremos saber cuántas latas de cada fabricante hemos comprado.

- a) **(1 punto)** Plantee el sistema de ecuaciones que resolvería el problema anterior.
- b) **(2 puntos)** Resuelva el problema.

EJERCICIO 2

Sea la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Represente gráficamente la función.
- b) **(1 punto)** Estudie la continuidad de la función.
- c) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función.

EJERCICIO 3

Parte I

A y B son dos sucesos independientes de un mismo experimento aleatorio, tales que

$$P(A) = 0.4, \quad P(B) = 0.6.$$

- a) **(1 punto)** Calcule $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.
- b) **(1 punto)** Calcule $P(A/B)$ y $P(B/A^c)$.

Parte II

(2 puntos) Tomando, al azar, una muestra de 80 empleados de una empresa, se encontró que 20 usaban gafas. Halle, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de empleados de esa empresa que usan gafas.

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 \\ 0 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Determine X en la ecuación matricial $X \cdot A - 2B = C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{x-1}{2x-1}$.

- (1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(0, 1)$.
- (1 punto)** Estudie la monotonía de f .
- (1 punto)** Halle las asíntotas, los puntos de corte con los ejes y represente gráficamente la función.

EJERCICIO 3

Parte I

Se consideran dos sucesos A y B , asociados a un espacio muestral, tales que

$$P(A \cup B) = 1, \quad P(A \cap B) = 0.3 \quad \text{y} \quad P(A/B) = 0.6.$$

- (1.5 puntos)** Halle las probabilidades de los sucesos A y B .
- (0.5 puntos)** Determine si el suceso B es independiente del suceso A .

Parte II

El gasto que hacen las familias españolas en regalos de Navidad sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 84 euros. Para estimar esta media se seleccionó una muestra aleatoria y se obtuvo el intervalo de confianza $(509.41, 539.79)$, con un nivel de confianza del 97%.

- (0.5 puntos)** ¿Cuál ha sido la media de la muestra escogida?
- (1.5 puntos)** ¿Qué tamaño tenía la muestra?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.25 puntos)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema de programación lineal:
“Una empresa fabrica camisas de dos tipos, A y B. El beneficio que obtiene es de 8 euros por cada camisa que fabrica del tipo A, y de 6 euros por cada una del tipo B. La empresa puede fabricar, como máximo, 100000 camisas, y las del tipo B han de suponer, al menos, el 60% del total. ¿Cuántas camisas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?”

b) **(1.75 puntos)** Represente la región definida por las inecuaciones:

$$y \leq x, \quad y + 2x \leq 6, \quad x \leq 4y + 3.$$

Calcule el máximo de $F(x,y) = y + 2x$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida mediante $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ x^3 - x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) **(1 punto)** ¿Es f continua en $x = 0$? ¿Es continua en su dominio?
- b) **(1 punto)** ¿Es f derivable en $x = 0$? ¿Es derivable en su dominio?
- c) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

Parte I

El 70% de los visitantes de un museo son españoles. El 49% son españoles y mayores de edad. De los que no son españoles, el 40% son menores de edad.

- a) **(1 punto)** Si se escoge, al azar, un visitante de este museo, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor de edad?
- b) **(1 punto)** Se ha elegido, aleatoriamente, un visitante de este museo y resulta que es menor de edad, ¿cuál es la probabilidad de que no sea español?

Parte II

Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media desconocida, μ , y desviación típica 2 horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7 horas.

- a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la media poblacional μ .
- b) **(1 punto)** Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño, cometiendo un error máximo de 0.25 horas?