

HOJA 1 DE EJERCICIOS  
MATRICES

**Ejercicio 1:** Efectúa el producto  $(-3 \ 2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 2:**

a) ¿Son iguales las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  y  $B = (2 \ 3)$ ?

b) Halla, si es posible, las matrices  $A \cdot B, B \cdot A, A + B, A' - B$

**Ejercicio 3:** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  comprueba que:

a)  $(A + B)' = A' + B'$

b)  $(3A)' = 3 \cdot A'$

**Ejercicio 4:** Sean  $A$  y  $B$  dos matrices que verifican  $A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  y  $A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

Halla las matrices  $(A + B)(A - B)$  y  $A^2 - B^2$

**Ejercicio 5:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ . Demuestra que  $A^2 + 2A = I$  y que  $A^{-1} = A + 2I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2.

**Ejercicio 6:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Demuestra que se verifica la igualdad  $A^3 = -I$ .

b) Justifica que  $A$  es invertible y halla su inversa.

c) Calcula razonadamente  $A^{100}$ .

**Ejercicio 7:** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , comprueba que  $(A \cdot B)' = B' \cdot A'$

**Ejercicio 8:** Halla las matrices  $X$  e  $Y$  que verifican el sistema  $2X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $X - Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 9:** Determina los valores de  $m$  para los cuales  $X = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  verifica  $X^2 - \frac{5}{2}X + I = \theta$

**Ejercicio 10:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -3 & -4 & 1 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ , calcula  $A^2, A^3, \dots, A^{128}$ .

**Ejercicio 11:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$  comprueba que  $(A + I)^2 = \theta$  y expresa  $A^2$  como

combinación lineal de  $A$  e  $I$ .

**Ejercicio 12:**

a) Comprueba que la inversa de  $A$  es  $A^{-1}$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$   $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{-2}{5} & 0 \\ \frac{-3}{5} & \frac{6}{5} & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) Calcula la matriz  $X$  que verifica  $X \cdot A = B$  siendo  $A$  la matriz anterior y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 13:** En un edificio hay tres tipos de viviendas: L3, L4 y L5. Las viviendas L3 tienen 4 ventanas pequeñas y 3 grandes; las L4 tienen 5 ventanas pequeñas y 4 grandes, y las L5, 6 pequeñas y 5 grandes. Cada ventana pequeña tiene 2 cristales y 4 bisagras, y las grandes, 4 cristales y 6 bisagras.

a) Escribe una matriz que describa el número y tamaño de ventanas de cada vivienda y otra que exprese el número de cristales y bisagras de cada tipo de ventana.

b) Calcula la matriz que expresa el número de cristales y bisagras de cada tipo de vivienda.

**Ejercicio 14:** Justifica por qué no es cierta la igualdad  $(A+B)^2 = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2$  cuando  $A$  y  $B$  son dos matrices cualesquiera.

**Ejercicio 15:** Considera  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ , siendo  $a \in \mathbb{R}$ .

Calcula el valor de  $a$  para que  $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 16:** Sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$ , determina  $b$  para que  $A^2 - 2A + I = \theta$

**Ejercicio 17:** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Comprueba que  $2A - A^2 = I$ .

b) Calcula  $A^{-1}$ . (Puedes usar la igualdad del apartado anterior)

**Ejercicio 18:** Dada  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$ , calcula  $B = A^2 - 2A$

**Ejercicio 19:** Dadas  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ , calcula  $(A \cdot B)^t$  y  $(B \cdot A)^t$

**Ejercicio 20:** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Prueba que  $A^3 + I = \theta$ .

b) Calcula la inversa de  $A$ .

c) Calcula  $A^{257}$ .