

HOJA 2 DE EJERCICIOS
CONTINUIDAD - DERIVADAS

Ejercicio 1.-

Halla la derivada de la función $f(x) = \frac{2}{x+1}$ en el punto $x = 3$, aplicando la definición de derivada.

Ejercicio 2.-

a) Comprueba que la siguiente función es continua y derivable y halla $f'(0)$, $f'(3)$ y $f'(1)$:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

b) ¿Cuál es su función derivada?

c) ¿En qué punto se cumple $f'(x) = 5$?

Ejercicio 3.-

Comprueba que $f(x)$ es continua pero no derivable en $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) & \text{si } x < 2 \\ 3x-6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.-

Considera la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Calcula m y n para que f sea derivable en todo \mathbb{R} .

b) ¿En qué puntos es $f'(x) = 0$?

Ejercicio 5.-

Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1-x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ estudia si es continua y derivable en todo \mathbb{R} .

Ejercicio 6.-

Calcula a y b para que la siguiente función sea derivable en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio 7.-

Sea la función: $f(x) = x|x|$

a) Halla $f'(x)$.

b) Halla $f''(x)$.

c) Representa f' y f'' .

Ejercicio 8.-

a) Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ en el punto de abscisa $x_0 = 2$

b) Lo mismo para $y = 2^{x^2-x} + \ln(x+1) - 5$ en $x_0 = 0$

Ejercicio 9.-

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$.

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 10.-

Halla las tangentes a la curva $y = \frac{2x}{x-1}$ paralelas a la recta $2x + y = 0$.

Ejercicio 11.-

Dada la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln x$, donde \ln es la función logaritmo neperiano, se pide:

- (a) Comprueba que la recta de ecuación $y = -ex + 1 + e^2$ es la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 12.-

Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.

- (a) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$.
- (b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 13.-

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2|x - 3|$.

Estudia la continuidad y derivabilidad de f .

Ejercicio 14.-

La recta tangente a la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = mx^2 + nx - 3$, en el punto $(1, -6)$, es paralela a la recta de ecuación $y = -x$.

Determina las constantes m y n . Halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 15.-

Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 \text{Ln}(x)$ (Ln denota la función logaritmo neperiano).

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \sqrt{e}$.

Ejercicio 16.-

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} |2 - x| & \text{si } x < a, \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si } x \geq a, \end{cases}$$

donde a es un número real.

- (a) Determina a .
- (b) Halla la función derivada de f .