HOJA 3 DE EJERCICIOS
SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio 1:

a) Resuelve el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x & & +z & = & 2 \\ -x & +y & +2z & = & 0 \\ -x & +2y & +5z & = & 2 \end{cases}$

b) Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el del apartado a)

$$\begin{cases} x & +y & +z & = & 1 \\ -x & +y & +3z & = & 1 \\ x & +2y & +\lambda z & = & -3 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} -\lambda x & +y & +z & = & 1 \\ x & +\lambda y & +z & = & 2 \\ \lambda x & +y & +z & = & 1 \end{cases}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 3: Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x & +(k+1)y & +2z & = & -1 \\ kx & +y & +z & = & 2 \\ x & -2y & -z & = & k+1 \end{cases}$

a) Clasifícalo según los valores de k.

b) Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 4: Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} kx & +2y & = & 2 \\ 2x & +ky & = & k \\ x & -y & = & -1 \end{cases}$

a) Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k.

b) Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

c) Halla las soluciones de cada caso.

Ejercicio 5: Considera el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x & +y & +z & = & \lambda+1 \\ & 3y & +2z & = & 2\lambda+3 \\ 3x & +(\lambda-1)y & +z & = & \lambda \end{cases}$

a) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

b) Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

c) ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $\left(\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$?

Ejercicio 6: Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

a) ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.

b) Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50%, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante hubiera pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

Ejercicio 7: Considera el sistema $\begin{cases} 3x & -2y & +z & = & 5 \\ 2x & -3y & +z & = & -4 \end{cases}$

a) Calcula razonadamente un valor de λ para que el sistema resultante al añadirle la ecuación $x+y+\lambda z=9$ sea compatible determinado

b) ¿Existe algún valor de λ para el cual el sistema resultante no tiene solución?

Ejercicio 8:

a) Discute, según los valores de λ, el sistema $\begin{cases} -x & +\lambda y & +z & = & \lambda \\ \lambda x & +2y & +(\lambda+2)z & = & 4 \\ x & +3y & +2z & = & 6-\lambda \end{cases}$

b) Resuelve el sistema anterior para $\lambda=0$.

Ejercicio 9: Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A, B y C.

- Pista 1: Si compramos una unidad de A, dos de B y una de C gastamos 118 euros.
- Pista 2: Si compramos n unidades de A, $n+3$ de B y tres de C gastamos 390 euros.

a) ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles?

b) Sabiendo que $n=4$ y que el producto C cuesta el triple que el A, calcula el precio de cada producto.

Ejercicio 10: Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x & -2y & +4z & = & 4 \\ 2x & & +z & = & a \\ -3x & -3y & +3z & = & -3 \end{cases}$

a) Discútelo según los valores de a. b) Resuélvelo cuando sea posible.

Ejercicio 11: Resuelve, según valga m, el sistema siguiente cuando sea compatible: $\begin{cases} x & +my & = & m \\ mx & +y & = & m \\ mx & +my & = & 1 \end{cases}$

Ejercicio 12: Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 € respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 €. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30% de las cajas.

Ejercicio 13: Sabemos que el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x & -y & +3z & = & 1 \\ x & +2y & -z & = & 2 \end{cases}$ tiene las mismas soluciones que el que resulta de añadirle la ecuación $ax+y+7z=7$

a) Determina el valor de a.

b) Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 14: Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de A según los diferentes valores de t.

b) Razona para qué valores de t el sistema $AX=0$ tiene más de una solución.

Ejercicio 15: Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros.

a) ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?

b) Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuántos billetes hay de cada tipo.