

HOJA 5 DE EJERCICIOS
INTEGRALES INDEFINIDAS

Ejercicio 1: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int x^4 dx$	b) $I = \int \frac{4}{3} x^2 dx$	c) $I = \int (4x^6 + 2x^3 - 13x) dx$
d) $I = \int \frac{1}{x^2} dx$	e) $I = \int \frac{-2}{7x^4} dx$	f) $I = \int \frac{2}{5} x^{\frac{2}{5}} dx$
g) $I = \int \sqrt{x} dx$	h) $I = \int \sqrt[5]{x^3} dx$	j) $I = \int \frac{1}{x^{-\frac{3}{2}}} dx$
k) $I = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$	l) $I = \int \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}} dx$	m) $I = \int x(x^2 + 3)^4 dx$
n) $I = \int (x^5 - 2x^3 + 1)(5x^4 - 6x^2) dx$	ñ) $I = \int (4x^6 + 2x^3)(4x^5 + x^2) dx$	o) $I = \int \frac{3x^2 - 2}{(x^3 - 2x)^7} dx$
p) $I = \int \sqrt{x^8} \cdot \sqrt[3]{(x^5 + 1)^2} \cdot \sqrt[4]{x^5 + 1} \cdot \sqrt{x^5 + 1} dx$	q) $I = \int (x^2 - 2x)(x - 1) dx$	r) $I = \int \frac{4x - 2}{(x^2 - x + 1)^7} dx$
s) $I = \int \frac{\sqrt[4]{(x+1)^3}}{(x+1)^{\frac{1}{4}}} dx$	t) $I = \int \text{sen } x \cdot \cos^2 x dx$	u) $I = \int \frac{\text{sen } x}{\cos^3 x} dx$

Ejercicio 2: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int \frac{\ln^3 x}{x} dx$	b) $I = \int (\ln x \cdot \text{sen } x)^{17} \cdot \left(\frac{\text{sen } x}{x} + \cos x \cdot \ln x \right) dx$	c) $I = \int 4 \text{sen } (4x - 9) dx$
d) $I = \int x \cdot \text{sen } (5x^2 + 3) dx$	e) $I = \int (1 + \text{tg}^2 x) \cdot \text{sen}^{-4} x \cdot \cos^4 x dx$	f) $I = \int \text{sen } (7x + 3) dx$
g) $I = \int (x^2 + 1) \cdot \text{sen}(x^3 + 3x) dx$	h) $I = \int \text{sen } x \cdot \text{sen}(\cos x) dx$	j) $I = \int (x - 1) \cdot \text{sen}(x^2 - 2x) dx$
k) $I = \int e^x \cdot \text{sen}(e^x) dx$	l) $I = \int \frac{\text{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$	m) $I = \int \frac{\text{sen}(\ln x)}{x} dx$
n) $I = \int \cos(4x - 3) dx$	ñ) $I = \int (x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + 3x) dx$	o) $I = \int x^2 \cdot \cos(x^3 + 1) dx$

Ejercicio 3: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int \frac{4}{4x - 9} dx$	b) $I = \int \frac{1}{7x + 3} dx$	c) $I = \int \frac{x}{5x^2 + 3} dx$
d) $I = \int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx$	e) $I = \int \frac{x - 1}{x^2 - 2x} dx$	f) $I = \int \text{tg} x dx$
g) $I = \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$	h) $I = \int \frac{e^x}{1 + e^x} dx$	j) $I = \int \frac{1}{\text{sen } x \cdot \cos x} dx$
k) $I = \int e^{7x+3} dx$	l) $I = \int x^2 \cdot e^{x^3+1} dx$	m) $I = \int (x - 1) \cdot e^{x^2-2x} dx$
n) $I = \int \frac{1}{\sqrt{x}} e^{10\sqrt{x}} dx$	ñ) $I = \int (3x^2 e^{x^3+2x} + 2e^{x^3+2x}) dx$	o) $I = \int 5^{7x+3} dx$

Ejercicio 4: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int \frac{1}{x} \cdot 3^{\ln x} dx$	b) $I = \int \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	c) $I = \int \frac{2^x}{3^x} dx$
--	---	----------------------------------

d) $I = \int \frac{2}{1+x^2} dx$	e) $I = \int \frac{3x^2}{1+x^6} dx$	f) $I = \int \frac{1}{3+3x^2} dx$
g) $I = \int \frac{x}{1+x^4} dx$	h) $I = \int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$	j) $I = \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$
k) $I = \int \frac{1}{9+x^2} dx$	l) $I = \int x \cdot e^x dx$	m) $I = \int x \cdot \sin x dx$
n) $I = \int \ln x dx$	ñ) $I = \int \arcsen x dx$	o) $I = \int \arctg x dx$

Ejercicio 5: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int x \cdot \ln x dx$	b) $I = \int \cos x \cdot \ln(\sin x) dx$	c) $I = \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
d) $I = \int x^2 \cdot \ln x dx$	e) $I = \int x \cdot \sqrt{1+x} dx$	f) $I = \int (2x+2) \cdot e^{-2x} dx$
g) $I = \int \ln \frac{1}{x} dx$	h) $I = \int x^2 \cdot \cos x dx$	j) $I = \int x^2 \cdot e^x dx$

Ejercicio 6: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int \ln^2 x dx = \int (\ln x)^2 dx$	b) $I = \int (4x^2 + 3x) \cdot \cos x dx$	c) $I = \int e^x \cdot \sin x dx$
d) $I = \int \sin(\ln x) dx$	e) $I = \int \frac{x^2 - x + 6}{x} dx$	f) $I = \int \frac{x^2 + 1}{x-1} dx$
g) $I = \int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$	h) $I = \int \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + 1} dx$	j) $I = \int \frac{x^2 + 6x - 1}{(x+3)^2} dx$
k) $I = \int \frac{x}{(x-1)(x+5)} dx$	l) $I = \int \frac{5-x}{(x-1)(x+4)} dx$	m) $I = \int \frac{x+2}{x^2 - 2x - 3} dx$
n) $I = \int \frac{-3x-2}{x^2 + 5x + 6} dx$	ñ) $I = \int \frac{x}{8x^2 - 2x - 1} dx$	o) $I = \int \frac{6}{x^2 - 1} dx$

Ejercicio 7: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I = \int \frac{7}{4x^2 + 4x + 1} dx$	b) $I = \int \frac{x-5}{x^3 - x^2 - 10x - 8} dx$	c) $I = \int \frac{x+2}{x^3 + 5x^2 + 7x + 3} dx$
d) $I = \int \frac{x+2}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$	e) $I = \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{5x^3}}{3x} dx$	f) $I = \int \frac{x^2 - 2x + 6}{(x-1)^3} dx$
g) $I = \int \frac{x^3 + 22x^2 - 12x + 8}{x^4 - 4x^2} dx$	h) $I = \int (x - \sin x) dx$	j) $I = \int (e^x + 3e^{-x}) dx$
k) $I = \int (x^2 + 4x) \cdot (x^2 - 1) dx$	l) $I = \int (3^x - x^3) dx$	m) $I = \int \frac{(1 + \ln x)^2}{x} dx$

Ejercicio 8: Calcula esta integral, haciendo el cambio $\sqrt{1-x} = t$:

$$\int x^2 \cdot \sqrt{1-x} \, dx$$

Ejercicio 9: Resuelve, utilizando la sustitución $\sqrt{e^x+1} = t$, la siguiente integral:

$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} \, dx$$

Ejercicio 10: Halla la siguiente integral, haciendo el cambio $x = \operatorname{sen} t$:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \, dx \quad (\text{Recuerda que } \operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2})$$

Ejercicio 11: Resuelve por sustitución:

a) $\int x \cdot \sqrt{x+1} \, dx$	b) $\int \frac{dx}{x - \sqrt[4]{x}}$	c) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} \, dx$
d) $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} \, dx$	e) $\int \frac{1}{x + \sqrt{x}} \, dx$	f) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+x} \, dx$

Ejercicio 12: Encuentra la primitiva de $f(x) = \frac{1}{1+3x}$ que se anula para $x=0$.

Ejercicio 13: De todas las primitivas de la función $y = 4x - 6$, ¿cuál de ellas toma el valor de 4 para $x=1$.

Ejercicio 14: Halla $f(x)$ sabiendo que $f''(x) = 6x$, $f'(0) = 1$ y $f(2) = 5$.

Ejercicio 15: Resuelve las siguientes integrales por sustitución:

$$\text{a) } \int \frac{e^x}{1 - \sqrt{e^x}} \, dx \quad \text{b) } \int \sqrt{e^x - 1} \, dx$$

Ejercicio 16: Determina la función $f(x)$ sabiendo que $f''(x) = x \cdot \ln x$, $f'(1) = 0$ y $f(e) = \frac{e}{4}$.

Ejercicio 17: Encuentra la función derivable $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple que $f(1) = -1$ y

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Ejercicio 18: De una función derivable se sabe que pasa por el punto $A(-1, -4)$ y que su derivada es:

$$f'(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Halla la expresión de $f(x)$.
- Obtén la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x=2$.

Ejercicio 19: De la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f''(x) = x^2 + 2x + 2$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1, 2)$. Halla la expresión de f .

Ejercicio 20: Sea $I = \int \frac{5}{1 + \sqrt{e^{-x}}} \, dx$

- Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.
- Determina I .